FACHWIRT24 · MATHE-GRUNDLAGEN

Mathe-Einstiegstest

Lösungen und Auswertung – gehört zum Aufgabenheft „Mathe-Einstiegstest“

Erst rechnen, dann nachsehen. Öffne dieses Heft erst, wenn du alle Aufgaben bearbeitet hast oder die Stunde um ist. Vergleiche nicht nur das Ergebnis, sondern auch den Weg: Für jeden richtigen Teilschritt gibt es Punkte – so wie in der IHK-Prüfung. Kleine Rundungsabweichungen in der letzten Stelle zählen als richtig.
Folgefehler: Bei einem Folgefehler bleiben die Punkte für einen anschließend fachlich richtigen Rechenweg erhalten. Derselbe Ausgangsfehler wird nicht mehrfach abgezogen. Exakte Bruchwerte und gleichwertige Darstellungen werden anerkannt.

Lösung 1 Vorzeichen, Klammern und Buchstabenrechnung

4 Punkte

a) Erst Punkt vor Strich: $3 \cdot (-4) = -12$. Minus mal Minus ergibt Plus: $-(-6) = +6$.

$$-8 - 12 + 6 = -14$$

Ergebnis: -14 *1 P*

b) Reihenfolge Klammer – Potenz – Punkt – Strich: $(4 + 2) = 6$, $3^2 = 9$, dann $2 \cdot 9 = 18$ und $6 \cdot 5 = 30$.

$$18 - 18 + 30 = 30$$

Ergebnis: 30 *1 P*

c) Minus vor der Klammer dreht alle Vorzeichen in der Klammer um: $-(2x - 7) = -2x + 7$.

$$5x - 2x + 7 + 3 = 3x + 10$$

Ergebnis: $3x + 10$ *1 P*

d) Beide Klammern ausmultiplizieren, dabei das Minus vor der 3 beachten:

$$6a - 8b - 3a + 6b = 3a - 2b$$

Ergebnis: $3a - 2b$ *1 P*

Typischer Fehler: Beim Minus vor der Klammer nur das erste Glied umdrehen: $-(2x - 7)$ ist $-2x + 7$, nicht $-2x - 7$.

Lösung 2 Brüche und Kehrwerte

5 Punkte

a) Hauptnenner von 4 und 6 ist 12. Erweitern, dann Zähler addieren:

$$\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12} = 1\tfrac{7}{12} \approx 1{,}58$$

Ergebnis: $\frac{19}{12}$ *1 P*

b) Durch einen Bruch teilst du, indem du mit seinem Kehrwert malnimmst:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

> **Ergebnis:** $\frac{3}{2}$ *1 P*

c) Ein Doppelbruch ist eine Division: oberer Bruch mal Kehrwert des unteren.

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{10}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

> **Ergebnis:** $\frac{2}{3}$ *1 P*

d) Bei Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{30\,\Omega} + \frac{1}{60\,\Omega} + \frac{1}{20\,\Omega} = \frac{2+1+3}{60\,\Omega} = \frac{6}{60\,\Omega}$$

Zum Schluss den Kehrwert bilden: $R = \frac{60\,\Omega}{6} = 10\,\Omega$.

Kontrolle: Der Gesamtwiderstand ist kleiner als der kleinste Einzelwiderstand (20 Ω) – passt.

> **Ergebnis:** $R = 10\,\Omega$ *1 P Ansatz, 1 P Ergebnis*

Typischer Fehler: Bei der Parallelschaltung den letzten Schritt vergessen: $\frac{6}{60} = 0{,}1$ ist erst $\frac{1}{R}$, nicht R.

Lösung 3 Potenzen, Zehnerpotenzen und Wurzeln

4 Punkte

a) Gleiche Basis malnehmen: Hochzahlen addieren.

$$10^{3+(-5)} = 10^{-2} = 0{,}01$$

> **Ergebnis:** 10^{-2} *1 P*

b) Das Komma wandert 4 Stellen nach rechts, bis eine Ziffer davor steht – also Hochzahl -4.

> **Ergebnis:** $4{,}2 \cdot 10^{-4}$ *1 P*

c) Zahlen und Zehnerpotenzen getrennt rechnen; beim Teilen Hochzahlen abziehen:

$$\frac{2{,}4}{8} \cdot 10^{6-2} = 0{,}3 \cdot 10^{4} = 3\,000$$

> **Ergebnis:** $3\,000$ *1 P*

d) Wurzel getrennt ziehen: $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ und $\sqrt{10^4} = 10^2$.

$$2{,}5 \cdot 10^{2} = 250$$

> **Ergebnis:** 250 *1 P*

Typischer Fehler: Beim Malnehmen die Hochzahlen malnehmen statt addieren ($10^3 \cdot 10^{-5} \neq 10^{-15}$).

Lösung 4 Formeln umstellen

6 Punkte

a) m wird mit a malgenommen – Gegenoperation: durch a teilen.

$$F = m \cdot a \qquad |: a \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{F}{a}$$

Ergebnis: $m = \dfrac{F}{a}$ *1 P*

b) A steht im Nenner. Kreuzverfahren: A wandert nach links in den Zähler, R nach rechts in den Nenner.

$$A = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

Ergebnis: $A = \dfrac{\rho \cdot l}{R}$ *1 P*

c) Von außen nach innen arbeiten. 1. Schritt: durch $m \cdot c$ teilen.

$$\frac{Q}{m \cdot c} = \vartheta_2 - \vartheta_1 \qquad | +\vartheta_1$$

2. Schritt: ϑ_1 auf die andere Seite bringen.

$$\vartheta_2 = \frac{Q}{m \cdot c} + \vartheta_1$$

Ergebnis: $\vartheta_2 = \dfrac{Q}{m \cdot c} + \vartheta_1$ *1 P je Schritt*

d)

1. Schritt: mal 2 und durch m teilen: $v^2 = \dfrac{2 \cdot E}{m}$

2. Schritt: Wurzel ziehen: $v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E}{m}}$

3. Schritt: einsetzen. $1\,\mathrm{J} = 1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$, so kürzt sich kg weg:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 240\,000\,\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}}{1\,200\,\mathrm{kg}}} = \sqrt{400\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}} = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ergebnis: $v = \sqrt{\dfrac{2E}{m}} = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ *1 P Umstellung, 1 P Ergebnis mit Einheit*

Typischer Fehler: Bei c) erst ϑ_1 addieren und dann teilen – dann wird ϑ_1 fälschlich mitgeteilt.

Lösung 5 Einheiten umrechnen

5 Punkte

a) $1\,\mathrm{m} = 1\,000\,\mathrm{mm}$: $0{,}45 \cdot 1\,000 = 450$

Ergebnis: $450\,\mathrm{mm}$ *1 P*

b) Bei Flächen ist jede Stufe der Einheitentreppe Faktor 100: $1\,\mathrm{dm^2} = 100\,\mathrm{cm^2}$.

Ergebnis: $250\,\mathrm{cm^2}$ *1 P*

c) $1\,\mathrm{l} = 1\,\mathrm{dm^3} = 1\,000\,\mathrm{cm^3}$: $3\,600 : 1\,000 = 3{,}6$

Ergebnis: $3{,}6\,\mathrm{l}$ *1 P*

d) $15\,\text{min} = \frac{15}{60}\,\text{h} = 0{,}25\,\text{h}$ (nicht 0,15 h!)

> **Ergebnis:** $2{,}25\,\text{h}$ *1 P*

e) Ersetzen-Methode: $1\,\text{km} = 1\,000\,\text{m}$ und $1\,\text{h} = 3\,600\,\text{s}$ einsetzen.

$$54\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \cdot \frac{1\,000\,\text{m}}{3\,600\,\text{s}} = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Abkürzung: durch 3,6 teilen.

> **Ergebnis:** $15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ *1 P*

Typischer Fehler: Flächen und Volumen mit Faktor 10 umrechnen. Merke: Je Schritt m ↔ dm ↔ cm ↔ mm gilt Länge Faktor 10, Fläche Faktor 100, Volumen Faktor 1 000. Bei mehreren Schritten die Faktoren mehrfach anwenden.

Lösung 6 Prozent, Dreisatz und Wirkungsgrad

6 Punkte

a) 64,80 € entsprechen $100\,\% + 8\,\% = 108\,\%$. Gesucht ist der Grundwert (100 %):

$$G = \frac{64{,}80\,€}{1{,}08} = 60{,}00\,€$$

Kontrolle: $60\,€ \cdot 1{,}08 = 64{,}80\,€$ – passt.

> **Ergebnis:** $60{,}00\,€$ *1 P Ansatz (108 %), 1 P Ergebnis*

b) Mehr Monteure – weniger Tage: umgekehrt proportional. Das Produkt bleibt gleich:

$$6 \cdot 15\,\text{Tage} = 90\,\text{Monteurtage} \qquad \frac{90}{9} = 10\,\text{Tage}$$

> **Ergebnis:** 10 Tage *1 P Ansatz, 1 P Ergebnis*

c) 1. Schritt: Gesamtwirkungsgrad = Produkt der Einzelwirkungsgrade: $\eta = 0{,}90 \cdot 0{,}85 = 0{,}765$

2. Schritt: $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ nach P_{zu} umstellen und einsetzen:

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta} = \frac{7{,}65\,\text{kW}}{0{,}765} = 10\,\text{kW}$$

> **Ergebnis:** $P_{zu} = 10\,\text{kW}$ *1 P Gesamtwirkungsgrad, 1 P Ergebnis*

Typischer Fehler: Bei a) 8 % von 64,80 € abziehen (ergibt 59,62 €). Der Grundwert ist der alte Preis, nicht der neue.

Lösung 7 Flächen, Volumen und Masse

6 Punkte

a) Rechteck minus Kreis:

$$A = 200\,\text{mm} \cdot 120\,\text{mm} - \frac{\pi \cdot (40\,\text{mm})^2}{4} \approx 24\,000\,\text{mm}^2 - 1\,256{,}64\,\text{mm}^2 = 22\,743{,}36\,\text{mm}^2$$

In cm² umrechnen (Faktor 100): $22\,743{,}36 : 100$

> **Ergebnis:** $A \approx 227{,}43\,\text{cm}^2$ *1 P Ansatz, 1 P Ergebnis*

b) Volumen = Grundfläche mal Dicke. Am einfachsten gleich in dm rechnen: $A = 2{,}274336\ldots\ \mathrm{dm}^2$ (ungerundet im Rechner lassen), $h = 0{,}15\ \mathrm{dm}$.

$$V = 2{,}274336\ldots\ \mathrm{dm}^2 \cdot 0{,}15\ \mathrm{dm} = 0{,}341150\ldots\ \mathrm{dm}^3 \approx 0{,}34\ \mathrm{dm}^3$$

> **Ergebnis:** $V \approx 0{,}34\ \mathrm{dm}^3$ *1 P Ansatz, 1 P Ergebnis*

c)

$$m = V \cdot \rho = 0{,}341150\ldots\ \mathrm{dm}^3 \cdot 7{,}85\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} \approx 2{,}68\ \mathrm{kg}$$

> **Ergebnis:** $m \approx 2{,}68\ \mathrm{kg}$ *1 P Formel, 1 P Ergebnis*

Typischer Fehler: Die Bohrung vergessen oder mm³ mit kg/dm³ malnehmen, ohne die Einheiten anzugleichen.

Lösung 8 Pythagoras und Winkelfunktionen

5 Punkte

a) Rechtwinkliges Dreieck: Höhe und waagerechte Länge sind die Katheten, die Rampenfläche ist die Hypotenuse.

$$c = \sqrt{(1{,}20\ \mathrm{m})^2 + (4{,}50\ \mathrm{m})^2} = \sqrt{21{,}69\ \mathrm{m}^2} \approx 4{,}66\ \mathrm{m}$$

> **Ergebnis:** $c \approx 4{,}66\ \mathrm{m}$ *1 P Ansatz, 1 P Ergebnis*

b) Gegenkathete und Ankathete sind bekannt, also Tangens:

$$\tan\alpha = \frac{1{,}20\ \mathrm{m}}{4{,}50\ \mathrm{m}} \approx 0{,}2667 \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}20}{4{,}50}\right) \approx 14{,}93^\circ$$

Rechner muss auf DEG (Grad) stehen.

> **Ergebnis:** $\alpha \approx 14{,}93^\circ$ *1 P Ansatz, 1 P Ergebnis*

c) Steigung = Höhe : waagerechte Länge · 100 %: $\frac{1{,}20}{4{,}50} \cdot 100\,\%$

> **Ergebnis:** $\approx 26{,}67\,\%$ *1 P*

Typischer Fehler: Rechner steht auf RAD statt DEG – dann kommt 0,26 statt 14,93 heraus.

Lösung 9 Diagramme und lineare Zusammenhänge

5 Punkte

a) Schnittpunkt mit der senkrechten Achse bei $t = 0$: 200 l. Bei $t = 8\ \mathrm{min}$: 520 l.

> **Ergebnis:** 200 l und 520 l *1 P*

b)

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{520\,\mathrm{l} - 200\,\mathrm{l}}{8\,\mathrm{min} - 0\,\mathrm{min}} = 40\ \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}$$

Die Steigung ist der Zufluss: Pro Minute kommen 40 l dazu.

> **Ergebnis:** $m = 40\ \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}$ *1 P*

c) m aus b), b = Startwert aus a).

> **Ergebnis:** $V = 40\ \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}} \cdot t + 200\,\mathrm{l}$ *1 P*

d) $V = 1\,000\,\text{l}$ einsetzen und nach t umstellen:

$$t = \frac{1\,000\,\text{l} - 200\,\text{l}}{40\,\frac{\text{l}}{\text{min}}} = 20\,\text{min}$$

> **Ergebnis:** $t = 20\,\text{min}$ *1 P*

e) Im v-t-Diagramm entsteht ein Dreieck; seine Fläche ist der Weg:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 10\,\text{s} \cdot 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\,\text{m}$$

> **Ergebnis:** $s = 10\,\text{m}$ *1 P*

> **Typischer Fehler:** Steigung ohne Einheit angeben oder Startwert b vergessen.

Lösung 10 Statistik und Prozessfähigkeit

7 Punkte

a)

$$\overline{x} = \frac{20{,}02 + 19{,}98 + 20{,}01 + 19{,}99 + 20{,}05}{5}\,\text{mm} = \frac{100{,}05}{5}\,\text{mm} = 20{,}01\,\text{mm}$$

> **Ergebnis:** $\overline{x} = 20{,}01\,\text{mm}$ *1 P*

b) Abweichungen vom Mittelwert: $+0{,}01;\ -0{,}03;\ 0;\ -0{,}02;\ +0{,}04$ (mm). Quadrate: $0{,}0001;\ 0{,}0009;\ 0;\ 0{,}0004;\ 0{,}0016$. Summe: $0{,}0030\,\text{mm}^2$.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{0{,}0030\,\text{mm}^2}{4}} \approx 0{,}0274\,\text{mm}$$

Mit dem Rechner im Statistikmodus: Wert s_x ablesen (nicht σ_x).

> **Ergebnis:** $s \approx 0{,}0274\,\text{mm}$ *1 P Abweichungen, 1 P Ansatz mit $n - 1$, 1 P Ergebnis*

c) Toleranz $T = 20{,}10 - 19{,}90 = 0{,}20\,\text{mm}$.

$$C_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{0{,}20\,\text{mm}}{6 \cdot 0{,}0274\,\text{mm}} \approx 1{,}22$$

> **Ergebnis:** $C_p \approx 1{,}22$ *1 P*

d) Abstand des Mittelwerts zur näheren Grenze: oben $20{,}10 - 20{,}01 = 0{,}09\,\text{mm}$, unten $20{,}01 - 19{,}90 = 0{,}11\,\text{mm}$ – der kleinere Wert zählt.

$$C_{pk} = \frac{0{,}09\,\text{mm}}{3 \cdot 0{,}0274\,\text{mm}} \approx 1{,}10$$

> **Ergebnis:** $C_{pk} \approx 1{,}10$ *1 P*

e) Nein. $C_p \approx 1{,}22$ und $C_{pk} \approx 1{,}10$ liegen unter 1,33: Die Streuung ist zu groß, und der Mittelwert liegt außerdem leicht über der Toleranzmitte.

Das ist eine vereinfachte Rechenbewertung. Eine echte Prozessfähigkeitsuntersuchung braucht deutlich mehr Messwerte und die Prüfung ihrer Voraussetzungen.

> **Ergebnis:** Vorgabe nicht erfüllt *1 P mit Begründung*

> **Typischer Fehler:** σ_x statt s_x ablesen oder bei C_{pk} den größeren Abstand nehmen.

Lösung 11 Kombinierte Prüfungsaufgabe: Wasser erwärmen

7 Punkte

a) Gleich in dm rechnen, dann ist das Ergebnis direkt in Liter: $d = 5\,\text{dm}$, $h = 6\,\text{dm}$.

$$V = \frac{\pi \cdot (5\,\text{dm})^2}{4} \cdot 6\,\text{dm} \approx 117{,}81\,\text{dm}^3 = 117{,}81\,\text{l}$$

> **Ergebnis:** $V \approx 117{,}81\,\text{l}$ *1 P*

b)

$$m = V \cdot \rho = 117{,}81\,\text{dm}^3 \cdot 1\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 117{,}81\,\text{kg}$$

> **Ergebnis:** $m \approx 117{,}81\,\text{kg}$ *1 P*

c) Temperaturdifferenz: $\Delta\vartheta = 60\,^\circ\text{C} - 15\,^\circ\text{C} = 45\,\text{K}$.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta = 117{,}81\,\text{kg} \cdot 4{,}19\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 45\,\text{K} \approx 22\,213{,}02\,\text{kJ}$$

> **Ergebnis:** $Q \approx 22\,213{,}02\,\text{kJ}$ *1 P Formel, 1 P Ergebnis*

d) 1. Schritt: Nutzleistung: $P_{ab} = 6\,\text{kW} \cdot 0{,}90 = 5{,}4\,\text{kW} = 5{,}4\,\frac{\text{kJ}}{\text{s}}$

2. Schritt: $P = \frac{Q}{t}$ nach t umstellen:

$$t = \frac{Q}{P_{ab}} = \frac{22\,213{,}02\,\text{kJ}}{5{,}4\,\frac{\text{kJ}}{\text{s}}} \approx 4\,113{,}52\,\text{s} \approx 68{,}56\,\text{min}$$

> **Ergebnis:** $t \approx 68{,}56\,\text{min}$ (gut 1 Stunde 9 Minuten) *1 P Nutzleistung, 1 P Umstellen, 1 P Ergebnis*

Typischer Fehler: Mit der aufgenommenen Leistung (6 kW) statt der Nutzleistung rechnen oder kW nicht als kJ/s erkennen.

Auswertungsbogen

Trag deine Punkte ein. Die Ampel zeigt dir je Kapitel, wo du stehst: **Grün** = sitzt, **Gelb** = wiederholen, **Rot** = Kapitel im Buch durcharbeiten.

Aufg.	Kapitel im Buch	max.	deine Punkte	Grün	Gelb	Rot
1	Kap. 1 Vorzeichen, Klammern, Buchstabenrechnung	4		4	2–3	0–1
2	Kap. 2 Brüche und Kehrwerte	5		4–5	3	0–2
3	Kap. 3 Potenzen, Zehnerpotenzen, Wurzeln	4		4	2–3	0–1
4	Kap. 4 Formeln umstellen	6		5–6	3–4	0–2
5	Kap. 5 Einheiten umrechnen	5		4–5	3	0–2
6	Kap. 6 Prozent, Dreisatz, Wirkungsgrad	6		5–6	3–4	0–2
7	Kap. 7 Flächen, Volumen, Masse	6		5–6	3–4	0–2
8	Kap. 8 Pythagoras, Winkelfunktionen	5		4–5	3	0–2
9	Kap. 9 Diagramme, lineare Zusammenhänge	5		4–5	3	0–2
10	Kap. 10 Statistik, Prozessfähigkeit	7		6–7	4–5	0–3
11	Kap. 11 Kombinierte Prüfungsaufgaben	7		6–7	4–5	0–3
	Gesamt	**60**				

Deine Gesamteinschätzung

Punkte	Stand	Empfehlung
54–60	**Sehr sicher**	Deine Grundlagen sitzen. Du kannst direkt mit den Prüfungsaufgaben (Teil D) und alten Prüfungssätzen trainieren.
45–53	**Gut**	Solide Basis. Arbeite gezielt die Kapitel mit gelber oder roter Ampel nach.
30–44	**Lücken**	Einige Grundlagen fehlen noch. Geh die Kapitel mit roter Ampel von vorn durch, danach die gelben.
0–29	**Grundlagen aufbauen**	Starte mit Teil A (Kapitel 1 bis 3) und arbeite das Buch der Reihe nach durch. Wiederhole den Test danach.

> Tipp: Wiederhole den Test nach dem Durcharbeiten der roten und gelben Kapitel. Wenn du dann mindestens 45 Punkte erreichst, bist du für das Prüfungstraining gut gerüstet.